

OR(अथवा)

Find the Mean, S.D. and coefficient of S.D. of the following table

| | | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| class | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| Frequency | 6 | 8 | 15 | 7 | 3 | 0 | 1 |

निम्नांकित तालिका का माध्य, मानक विचलन और मानक विचलन का गुणांक ज्ञात करें

| | | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| वर्ग | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
| बारंबारता | 6 | 8 | 15 | 7 | 3 | 0 | 1 |

10. Prove that

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cdot \cos \frac{n\pi}{4}$$

सिद्ध करें कि

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cdot \cos \frac{n\pi}{4}$$

6

OR(अथवा)

If $\cos(A+iB) = x+iy$, show that

$$(i) \frac{x^2}{\cos^2 A} - \frac{y^2}{\sin^2 A} = 1$$

2019(Odd)

Time : 3Hrs.

Sem - I & II

Engg. Math.

Full Marks : 70

Pass Marks : 28

Answer all 20 questions from Group A, each question carries 1 marks.

ग्रुप-A से सभी 20 प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 1 अंक है।

Answer all Five questions from Group B, each question carries 4 marks.

ग्रुप-B से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 4 अंक है।

Answer all Five questions from Group C, each question carries 6 marks.

ग्रुप-C से सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें, प्रत्येक प्रश्न का मान 6 अंक है।

All parts of a question must be answered at one place in sequence, otherwise they may not be evaluated.

एक प्रश्न के सभी अंशों का उत्तर एक ही जगह (लगातार क्रम में) होना चाहिए, अन्यथा वे जाँचे नहीं जा सकते हैं।

The figure in right hand margin indicate marks.

दाएँ पार्श्व के अंक पूर्णांक के सूचक हैं।

P.T.O

GROUP - A

1. Choose the most suitable answer from the following options : **1x20=20**

सर्वाधिक उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखें :

- (i) The domain of the function $\frac{1}{\sqrt{(1-x)(x-2)}}$ is

- (a)] 0, 2 [
 (b)] 1, 2 [
 (c) [1, 2]
 (d) None of these

- (ii) फलन $\frac{1}{\sqrt{(1-x)(x-2)}}$ का प्रभाव क्षेत्र है

- (अ)] 0, 2 [
 (ब)] 1, 2 [
 (स) [1, 2]
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (iii) The range of the function $f(x)=\sin^{-1}(2x+1)$ is

- (a) $[0, \pi]$
 (b) $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
 (c) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

- (d) All of these

In the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, prove that

(Ro) $\rho = \frac{a^2b^2}{p^2}$ where ρ = radius of curvature,

p = central perpendicular on the tangent.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ में सिद्ध करें कि

(रो) $\rho = \frac{a^2b^2}{p^2}$ जहाँ ρ = वक्रता की त्रिज्या

p = स्पर्शरेखा पर केन्द्र से लम्बवत

9. Find the median and mode of the following frequency distribution. **6**

| | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| class | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 |
| Frequency | 5 | 22 | 63 | 74 | 30 | 6 |

निम्नांकित वारंबारता वितरण का माध्यिका तथा बहुलक ज्ञात करें

| | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| वर्ग | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 |
| वारंबारता | 5 | 22 | 63 | 74 | 30 | 6 |

P.T.O

यदि $y = e^{a \cos^{-1} x}$, prove that

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

OR(अथवा)

The rate of increase of the perimeter varies inversely as the radius, if the area of the circle increases at a uniform rate. Prove it.

यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल समरूप दर से बढ़ता है, तो सिद्ध करें कि उसके परिमाप की वृद्धि की दर, उसकी त्रिज्या के प्रतीप (inverse) विचरण करती है

8. Prove that the maximum value of $(\frac{1}{x})^x$ is $e^{1/e}$

सिद्ध करें कि $(\frac{1}{x})^x$ का महत्तम मान $e^{1/e}$ है। ⁶

OR(अथवा)

(ii) फलन $f(x) = \sin^{-1}(2x+1)$ का परिसर है
(अ) $[0, \pi]$

(ब) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

(स) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

(द) इनमें से कोई नहीं

(iii) If $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ then the value of $f(\tan \theta)$ is

(a) $\sec^2 \theta$

(b) $\cos^2 \theta$

(c) $\sin^2 \theta$

(d) None of these

(iii) यदि $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ तब $f(\tan \theta)$ का मान है

(अ) $\sec^2 \theta$

(ब) $\cos^2 \theta$

(स) $\sin^2 \theta$

(द) इनमें से कोई नहीं

(iv) The value of $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin 5x}{\tan 3x} \right]$ is

(a) $\frac{3}{5}$

(b) $\frac{5}{3}$

(c) 1

(d) None of these

P.T.O

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin 5x}{\tan 3x} \right]$ का मान है

(अ) $\frac{3}{5}$

(ब) $\frac{5}{3}$

(स) 1

(द) इनमें से कोई नहीं

(v) The value of $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2+3x+4}{x^2+7x+5} \right]$ is

(a) $\frac{3}{7}$

(b) 1

(c) $\frac{4}{5}$

(d) None of these

(v) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2+3x+4}{x^2+7x+5} \right]$ का मान है।

(अ) $\frac{3}{7}$

(ब) 1

(स) $\frac{4}{5}$

(द) इनमें से कोई नहीं।

Find a real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$

by bisection method in the interval (2,3)

[Three iterations]

समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल
बाइसेक्सन विधि से (2,3) अन्तराल में निकालें
(केवल तीन इटैरेशन तक)

GROUP - C

Answer all Five Questions .

6 x 5 = 30

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।

7. If $y = e^{a \cos^{-1} x}$, prove that

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

6

P.T.O

5. A bag contains 4 white and 2 black balls. Another contains 3 white and 5 black balls. If one ball is drawn from each bag, find the probability that one is white and one is black.

4

एक थैले में 4 उजली तथा 2 काली गेंद हैं। दुसरे में 3 उजली तथा 5 काली गेंदें है। यदि थैले से एक-एक गेंद निकाली जाती है तो एक उजली और एक काली गेंद निकालने की प्रायिकता क्या है?

OR(अथवा)

If from a pack of 52 cards two are drawn at random. What is the probability that they will be both spade or heart or club?

यदि 52 पत्ता के ताश की गड्डी से दो पत्ता यदृच्छया में खींची जाती है। दोनों पत्ता को spade या heart या club होने की प्रायिकता क्या होगी?

6. Discuss Regular - Falsi method for the solution of numerical equation.

4

रेगुला- फाल्सी विधि से न्युमेरिकल समीकरण को हल करने की व्याख्या करें।

- (vi) The differential coefficient of $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ is

(a) 2

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 1

(d) None of these

- (vi) $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ का अवकल गुणांक है

(अ) 2

(ब) $\frac{1}{2}$

(स) 1

(द) इनमें से कोई नहीं

- (vii) The differential coefficient of $\log(\cot x)$ is

(a) $\sec x + \operatorname{cosec} x$ (b) $\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$ (c) $-\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$

(d) None of these

P.T.O

- (vii) $\log(\cot x)$ का अवकल गुणांक है
 (अ) $\sec x + \operatorname{cosec} x$
 (ब) $\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$
 (स) $-\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$
 (द) इनमें से कोई नहीं।
- (viii) The differential coefficient of $\tan x$ with respect to $\sin x$ is
 (a) $\sec^2 x$
 (b) $-\sec^2 x$
 (c) $\cos^2 x$
 (d) None of these
- (viii) $\tan x$ का अवकल गुणांक $\sin x$ के सापेक्ष है
 (अ) $\sec^2 x$
 (ब) $-\sec^2 x$
 (स) $\cos^2 x$
 (द) इनमें से कोई नहीं।
- (ix) If $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ then $\frac{dy}{dx}$ is equal to-----
 (a) $\tan \theta$
 (b) $\tan \frac{\theta}{2}$
 (c) $\cot \theta$
 (d) None of these

प्रथम सिद्धांत से $\log_a x$ (आधार a पर x का लघुकलन) का अवकल गुणांक x के सापेक्ष निकालें।

OR(अथवा)

Find $\frac{dy}{dx}$ when $y = \sin\{\cos(\tan\sqrt{x})\}$

$\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $y = \sin\{\cos(\tan\sqrt{x})\}$

4. Find $\frac{dy}{dx}$ when $x^y = y^x$

4

$\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $x^y = y^x$

OR(अथवा)

Find $\frac{dy}{dx}$ when $x^2 y^2 = (x - y)^4$

$\frac{dy}{dx}$ निकालें जब $x^2 y^2 = (x - y)^4$

P.T.O

GROUP B

Answer all Five Questions.

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।

4 x 5 = 20

2. Evaluate

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \frac{4^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3} \right]$$

मान निकालो

4

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \frac{4^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3} \right]$$

OR(अथवा)

Evaluate

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{x \sin \alpha - \alpha \sin x}{x - \alpha} \right]$$

मान निकालो

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[\frac{x \sin \alpha - \alpha \sin x}{x - \alpha} \right]$$

3. Find the differential coefficient of $\log_a x$ (logarithm of x to the base of a) with respect to x from first principle.

4

(ix) यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ तब $\frac{dy}{dx}$ का मान..... है।

(a) $\tan \theta$ (b) $\tan \frac{\theta}{2}$ (c) $\cot \theta$

(d) इनमें से कोई नहीं

(x) The differential coefficient of $(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)$ with respect to x is -----

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) 1

(c) 0

(d) None of these

(x) $(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)$ का अवकल गुणांक x के सापेक्ष है

(अ) $\frac{\pi}{2}$

(ब) 1

(स) 0

(द) इनमें से कोई नहीं

P.T.O

- (xi) Minimum value of $(\sin x + \cos x)$ is
 (a) 0
 (b) $-\sqrt{2}$
 (c) 2
 (d) None of these

- (xi) $(\sin x + \cos x)$ का न्यूनतम मान है
 (अ) 0
 (ब) $-\sqrt{2}$
 (स) 2
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (xii) If $y = x \log x$, the value of x in order that $\frac{dy}{dx}$ may vanish is
 (a) 1
 (b) 0
 (c) $\frac{1}{e}$
 (d) None of these

- (xii) यदि $y = x \log x$, $\frac{dy}{dx}$ का मान शून्य होने पर x का मान है
 (अ) 1
 (ब) 0
 (स) $\frac{1}{e}$
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (xix) आँकड़ा 5,2,8,3,7,4 का माध्यिका.....है
 (अ) 3.5
 (ब) 5.5
 (स) 4.5
 (द) इनमें से कोई नहीं

- (xx) If the arithmetic mean of the variables 1, 3, 5, 6, x, 10 is 6 then the value of x is.....
 (a) 11
 (b) 12
 (c) 14
 (d) None of these

- (xx) यदि चर 1, 3, 5, 6, x, 10 का समानान्तर माध्य 6 हो तो x का मान है
 (अ) 11
 (ब) 12
 (स) 14
 (द) इनमें से कोई नहीं

(xvii) किसी घटना की प्रायिकता $\frac{3}{7}$ है तो इसका प्रायिकता संयोगानुपात घटना.....

- (अ) 3:4
 (ब) 4:3
 (स) 3:7
 (द) इनमें से कोई नहीं

(xviii) Which is correct?

- (a) Mean + Mode = 3 (Mean + Median)
 (b) Mean - Mode = 3 (Mean - Median)
 (c) Mean - Mode = 3 (Median - Mean)
 (d) None of these

(xviii) कौन सही है?

- (अ) माध्य + बहुलक = 3(माध्य + माध्यिका)
 (ब) माध्य - बहुलक = 3(माध्य - माध्यिका)
 (स) माध्य - बहुलक = 3(माध्यिका - माध्य)
 (द) इनमें से कोई नहीं

(xix) The medium of the data 5,2,8,3,7,4 is

- (a) 3.5
 (b) 5.5
 (c) 4.5
 (d) None of these

(xiii) If $(\frac{1+i}{1-i})^{200} = x + iy$ then

- (a) $x = 0, y = 1$
 (b) $x = 1, y = 0$
 (c) $x = 0, y = 0$
 (d) None of these

(xiii) यदि $(\frac{1+i}{1-i})^{200} = x + iy$ तब

- (अ) $x = 0, y = 1$
 (ब) $x = 1, y = 0$
 (स) $x = 0, y = 0$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xiv) Imaginary part of $\cosh(x+iy)$ is

- (a) $\sinh x \cdot \sin y$
 (b) $\cosh x \cdot \cos y$
 (c) $-\sinh x \cdot \sin y$
 (d) None of these

(xiv) $\cosh(x+iy)$ का काल्पनिक भाग है

(अ) $\sinh x \cdot \sin y$

(ब) $\cosh x \cdot \cos y$

(स) $-\sinh x \cdot \sin y$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xv) The probability of getting a number greater than 2 when a die is thrown.

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{2}$

(d) None of these

(xv) एक पासे का फेंकने पर ऊपर 2 से बड़ा अंक आने की प्रायिकता है

(अ) $\frac{1}{3}$

(ब) $\frac{2}{3}$

(स) $\frac{3}{2}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xvi) A bag contains 3 white and 2 black balls. The probability of drawing white ball is

(a) $\frac{2}{5}$

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{5}$

(d) None of these

(xvi) एक थैले में 3 उजली तथा 2 काली गोलिया हैं। एक उजली गोली निकालने की प्रायिकता है।

(अ) $\frac{2}{5}$

(ब) $\frac{2}{3}$

(स) $\frac{3}{5}$

(द) इनमें से कोई नहीं

(xvii) The probability of an event is $\frac{3}{7}$, then odd against the event is -----

(a) 3:4

(b) 4:3

(c) 3:7

(d) None of these

$$(ii) \frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$$

यदि $\cos(A+iB) = x+iy$, दिखालाएँ कि

$$(i) \frac{x^2}{\cos^2 A} - \frac{y^2}{\sin^2 A} = 1$$

$$(ii) \frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$$

11. Solve the following equations by Gauss Elimination method.

6

$$x + y + z = 6, 2x - 3y + 3z = 5, 3x + 2y - z = 4$$

निम्नांकित समीकरणों को गौस एलिमिनेशन विधि से हल करें।

$$x + y + z = 6, 2x - 3y + 3z = 5, 3x + 2y - z = 4$$

OR(अथवा)

Solve the following equations by Jacobi's iteration method.

$$(ii) \frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$$

यदि $\cos(A+iB) = x+iy$, दिखालाएँ कि

$$(i) \frac{x^2}{\cos^2 A} - \frac{y^2}{\sin^2 A} = 1$$

$$(ii) \frac{x^2}{\cosh^2 B} + \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$$

11. Solve the following equations by Gauss Elimination method.

6

$$x + y + z = 6, 2x - 3y + 3z = 5, 3x + 2y - z = 4$$

निम्नांकित समीकरणों को गौस एलिमिनेशन विधि से हल करें।

$$x + y + z = 6, 2x - 3y + 3z = 5, 3x + 2y - z = 4$$

OR(अथवा)

Solve the following equations by Jacobi's iteration method.

P.T.O

$$10x + y + 2z = 13, 3x + 10y + z = 14,$$
$$2x + 3y + 10z = 15$$

निम्नांकित समीकरणों को जैकोबी इटेरेशन विधि से हल करें।

$$10x + y + 2z = 13, 3x + 10y + z = 14,$$
$$2x + 3y + 10z = 15$$

$$10x + y + 2z = 13, 3x + 10y + z = 14,$$
$$2x + 3y + 10z = 15$$

निम्नांकित समीकरणों को जैकोबी इटेरेशन विधि से हल करें।

$$10x + y + 2z = 13, 3x + 10y + z = 14,$$
$$2x + 3y + 10z = 15$$
